NO
DATE 24.04.20

Algebra Superior 2

Teo. Si $w \in \mathbb{C}$ entonces w tiene 2 raíces cuadradas en $\mathbb{C}$, o equivalentemente, existen $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ tales que $z_1^2 = w$ y $z_2^2 = w$.

Dem. p.d. si $|w| + Re(w) \neq 0$ entonces

$$(*) \left[\frac{|w| + w}{\sqrt{2(|w| + Re(w))}}\right]^2 = w \quad \text{y}$$

$$\left[\frac{|w| + w}{\sqrt{2(|w| + Re(w))}}\right]^2 = w.$$

Veamos el caso de $(*)$:

$$\left(\frac{|w| + w}{\sqrt{2(|w| + Rew}}\right)^2 = \frac{(|w| + w)^2}{2(|w| + Re(w))}$$

$$= \frac{|w|^2 + 2|w|w + w^2}{2|w| + 2Re(w)}$$

$$= \frac{w(\overline{w} + 2|w| + w)}{2|w| + 2Re(w)}$$

$$= \frac{w(2Re(w) + 2|w|)}{2|w| + 2Re(w)} = w \quad \blacksquare$$

NO

DATE

Ejemplo. Sea $w = 3+4i$. Entonces

$|w| = 5$

$Re(w) = 3$

$2|w| + 2Re(w) = 16$

$\therefore \sqrt{w} = 2+i$

↑ verifíquenlo!

Ejercicios. 1. Simplifique:

a. $\dfrac{i}{2+i}$ b. $\dfrac{2-i}{1+i}$ c. $\dfrac{7}{i}$ d. $\dfrac{1+i}{1-i}$

2. Simplifique:

a. $\sqrt{7+24i}$ b. $\sqrt{i}$ c. $\sqrt{1+i}$ d. $\sqrt{\sqrt{i}}$

3. Pruebe que si $z, w \in \mathbb{C}$ entonces

$$|z+w|^2 + |z-w|^2 = 2(|z|^2 + |w|^2).$$