NO.

DATE 27 03 20

Algebra Superior 2

¿Cómo encontrar el residuo cuando se divide $1^{10}+2^{10}+3^{10}+\cdots+99^{10}+100^{100}$ entre 7?

$$\left.\begin{aligned}1^{10}+2^{10}+3^{10}+\cdots+99^{10}+100^{10} \equiv\ & 1^{10}+2^{10}+\cdots+6^{10}+0^{10}+\\ & 1^{10}+2^{10}+\cdots+6^{10}+0^{10}+\\ & 1^{10}+2^{10}+\cdots+6^{10}+0^{10}+\\ & \vdots\\ & +\\ & \vdots\\ & 1^{10}+2^{10}+\cdots+6^{10}+0^{10}+\end{aligned}\right\}\ \text{14 veces porque } 14\times 7 = 98$$

$$99^{10}+100^{10} \pmod 7$$

¿Por qué es cierto esto? La respuesta está en las notas del 26·03·2020.

Ahora, $1^{10}+2^{10}+\cdots+99^{10}+100^{10} \equiv 14(1^{10}+2^{10}+\cdots+6^{10})+1^{10}+2^{10} \pmod 7$

y $$\begin{aligned}1^{10}+2^{10}+\cdots+99^{10}+100^{10} &\equiv \overbrace{1^{10}+2^{10}}^{=1+(32)^2} \pmod 7\\ &\equiv 1+4^2 \pmod 7\\ &\equiv 17 \pmod 7\end{aligned}$$

$\therefore$ el residuo es 3 ■

Teo. Si $a\equiv b \pmod m$, entonces $la \equiv lb \pmod{lm}$.

Dem. Como $a\equiv b \pmod m$, entonces $m \mid a-b$, es decir existe $q\in \mathbb{Z}$ tq $mq = a-b$.

Pero entonces $mql = la - lb$ y se sigue el resultado ■

Ejercicios: 1. Si $a \equiv b \pmod{m}$ y $l \mid m$, entonces $a \equiv b \pmod{l}$.

2. Si $a \equiv b \pmod{m}$ y $d \mid a, d \mid b, d \mid m$, entonces $\frac{a}{d} \equiv \frac{b}{d} \left(\mathrm{mod}\ \frac{m}{d}\right)$.

Teo. Si $ca \equiv cb \pmod{m}$, entonces $a \equiv b \left(\mathrm{mod}\ \frac{m}{(c,m)}\right)$.

Dem. Notemos que $(c,m) \mid ca$, $(c,m) \mid cb$ y $(c,m) \mid m$.

Luego, por el ejercicio 2, $\frac{ca}{(c,m)} \equiv \frac{cb}{(c,m)} \left(\mathrm{mod}\ \frac{m}{(c,m)}\right)$.

Esto significa que $\frac{m}{(c,m)} \mid \frac{c}{(c,m)}(a-b)$ pero

como $\frac{m}{(c,m)}$ y $\frac{c}{(c,m)}$ son primos relativos (por qué?)

se tiene que $\frac{m}{(c,m)} \mid a-b$ ∎