- Límite

Definicion

Sea f una función definida en todos los puntos del intervalo (a, b), salvo quizás en un punto $x_0 \in (a,b)$

Decimos que f(x) tiene Límite L cuando x se acerca a x_0

Si para todo $\varepsilon > 0$, $\exists \delta > 0$ ($\delta = \delta(\varepsilon)$ es una funcion que depende de epsilon) tal que $0 < |x - x_0| < \delta$ entonces

$$|f(x) - L| < \varepsilon$$

Si esto se cumple se denota como

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = L$$

$$\lim_{x_0} f(x) = L$$

Con lo cual quiere decir geometricamente

1.- Decir que $|f(x) - L| < \varepsilon$ es equivalente a

$$-\varepsilon < f(x) - L < \varepsilon \quad \text{si y solo si}$$

$$L - \varepsilon < f(x) < L + \varepsilon \quad \text{o equivale que}$$

$$f(x) \in (L - \varepsilon, L + \varepsilon)$$

2.- Decir que $0 < |x - x_0|$ lo que significa que la distancia de x y x_0 no es cero, es decir $|x - x_0| \neq 0$ es decir que $x \neq x_0$ (son puntos distintos.

Podemos decir que existe un y distinto de x_0 en $|x - x_0| < \delta$ se dice que x_0 es un punto de acumulación

3.- Decir que $|x - x_0| < \delta$ es equivalente a.

$-\delta < x - x_0 < \delta$ si y solo si

$x_0 - \delta < x < x_0 + \delta$ si y solo si

$x \in (x_0 - \delta, x_0 + \delta)$

Se podria reescribir la definicion como.

$\lim_{x \to x_0} f(x) = L$ si y solo si fijado cualquier intervalo abierto de centro L y de radio ε, existe un intervalo abierto de centro x_0 y radio δ tal que todos los numeros reales x distinto de x_0 que pertenecen al intervalo $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ tienen su elemento imagen $f(x)$ en el intervalo $(L - \varepsilon, L + \varepsilon)$

Obviamente $f(x_0)$ no tiene por qué estar dentro del intervalo $(L - \varepsilon, L + \varepsilon)$

La figura que representa esto