Hagamos algunos ejemplos.

Ejemplo 1

Demuestra que el límite de f en $x=2$ donde la funcion constante c, $f(x)=c$., es decir

$$\lim_{x\to 2} f(x) = c = \lim_{x\to 2} c = c$$

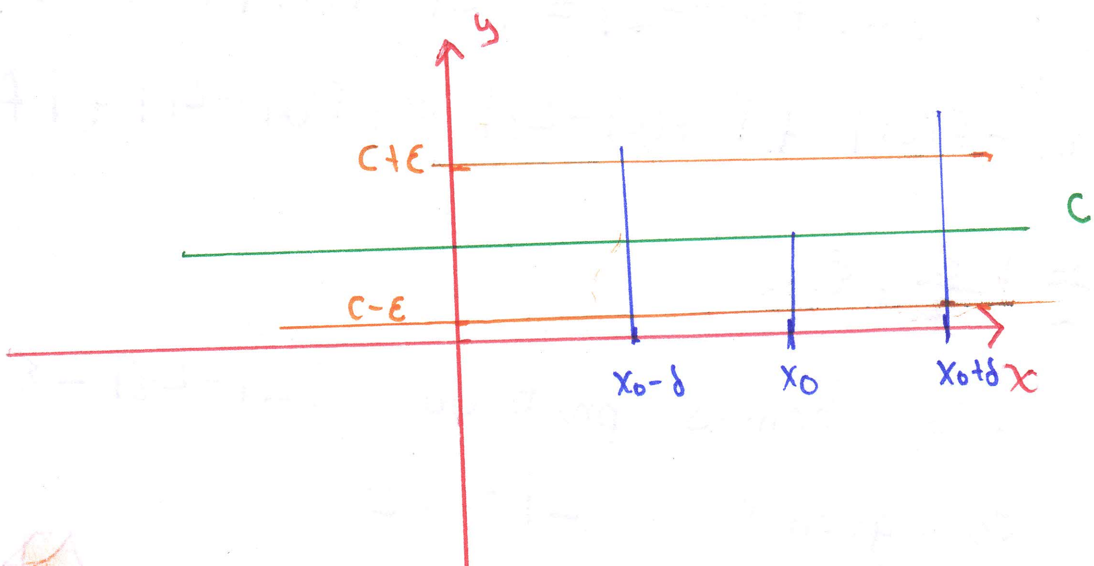
Sea $\varepsilon>0$, entonces existe un $\delta>0$ tal que

$$|f(x)-c| = |c-c| = 0 < \varepsilon$$

Siempre que $\quad 0<|x-2|<\delta$

En este caso podemos tomar como δ cualquier numero positivo y $|f(x)-c|<\varepsilon$ siempre que

$0<|x-2|<\delta$



Ejemplo 2

Encuentra y prueba el límite de $f(x) = x+2$ cuando $x = 4$

Tenemos que el $f(4) = 4+2 = 6$

Tenemos que $\lim_{x \to 4} f(x) = 6$ ó

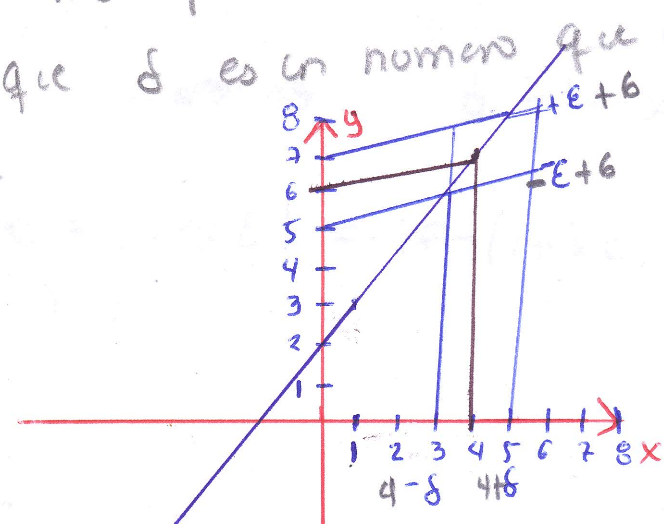
$$\lim_{x \to 4} x+2 = 6$$

Para $\varepsilon > 0$, $\exists \delta > 0$ tal que $|x-4| < \delta$ entonces

$$|x+2-6| < \varepsilon \text{ ó } |x-4| < \varepsilon$$

Con lo cual nos queda que $\delta = \varepsilon$

recordemos que δ es un numero que depende de ε



Ejemplo 3

Probremos el siguiente límite por definicion

$$\lim_{x \to 2} (3x+1) = 7$$

Sea $\varepsilon > 0$, buscaremos un $\delta > 0$ tal que

$|x-2| < \delta$ entonces $|3x+1-7| = |3x-6|$

$$= |3(x-2)| = 3|x-2| < \varepsilon$$

$$|x-2| < \frac{\varepsilon}{3}$$

Si tomamos a $\delta \leq \frac{\varepsilon}{3}$ resulta que

$0 < |x-2| < \delta$ entonces

$$|f(x)-L| = |(3x+1)-7| = |3x-6| = 3|x-2| < 3\delta$$

$$< \cancel{3}\left(\frac{\varepsilon}{\cancel{3}}\right)$$

$$= \varepsilon.$$

Por tanto $|f(x)-L| < \varepsilon$

Si $\varepsilon = 1$, entonces $\delta = 1/3$ Si $\varepsilon = 0.1$ $\delta = 0.0\overline{3}$

Si $\varepsilon = 0.01$ $\delta \leq 0.00\overline{3}$