

El siguiente teorema se expresa informalmente diciendo "La función composición de dos funciones continuas es continua"

Teorema

Si g es una función continua en $x=a$ y f es continua en $g(a)$, entonces la función compuesta $f \circ g$ dada por $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ es continua en $x=a$.

Demostación

Como g es continua en $x=a$ se tiene que

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = g(a)$$

Puesto que f es continua en $b = g(a)$

se puede aplicar el teorema anterior

para obtener

$$\lim_{x \rightarrow a} f(g(x)) = f(g(a)) \quad \text{que es}$$

precisamente la proposición de que la función

$h(x) = f(g(x))$ es continua en $x=a$, es decir

$f \circ g$ es continua en $x=a$.