Probabilidad

La **probabilidad** es un método por el cual se obtiene la frecuencia de un acontecimiento determinado mediante la realización de un experimento aleatorio, del que se conocen todos los resultados posibles, bajo condiciones *suficientemente* estables.

La teoría de la probabilidad se usa extensamente en áreas como la estadística, la física, la matemática, las ciencias y la filosofía para sacar conclusiones sobre la probabilidad discreta de sucesos potenciales y la mecánica subyacente discreta de sistemas complejos, por lo tanto es la rama de las matemáticas que estudia, mide o determina a los experimentos o fenómenos aleatorios.

1 Historia

La definición de probabilidad surge debido al deseo del ser humano por conocer con certeza los eventos que sucederán en el futuro. Es por eso que a través de la historia se han desarrollado diferentes enfoques para tener un concepto de la probabilidad y determinar sus valores.

El diccionario de la Real Academia Española define «azar» como una casualidad, un caso fortuito, y afirma que la expresión «al azar» significa «sin orden».[1] La idea de Probabilidad está íntimamente ligada a la idea de azar y nos ayuda a comprender nuestras posibilidades de ganar un juego de azar o analizar las encuestas. Pierre-Simon Laplace afirmó: “Es notable que una ciencia que comenzó con consideraciones sobre juegos de azar haya llegado a ser el objeto más importante del conocimiento humano”. Comprender y estudiar el azar es indispensable, porque la probabilidad es un soporte necesario para tomar decisiones en cualquier ámbito.[2]

Según Amanda Dure, “Antes de la mitad del siglo XVII, el término 'probable' (en latín *probable*) significaba *aprobable*, y se aplicaba en ese sentido, unívocamente, a la opinión y a la acción. Una acción u opinión probable era una que las personas sensatas emprenderían o mantendrían, en las circunstancias.”[3]

Aparte de algunas consideraciones elementales hechas por Girolamo Cardano en el siglo XVI, la doctrina de las probabilidades data de la correspondencia de Pierre de Fermat y Blaise Pascal (1654). Christiaan Huygens (1657) le dio el tratamiento científico conocido más temprano al concepto. *Ars Conjectandi* (póstumo, 1713) de Jakob Bernoulli y *Doctrine of Chances* (1718) de Abraham de Moivre trataron el tema como una rama de las matemáticas. Véase *El surgimiento de la probabilidad* (*The Emergence of Probability*) de Ian Hacking para una historia de los inicios del desarrollo del propio concepto de probabilidad matemática.

La teoría de errores puede trazarse atrás en el tiempo hasta *Opera Miscellanea* (póstumo, 1722) de Roger Cotes, pero una memoria preparada por Thomas Simpson en 1755 (impresa en 1756) aplicó por primera vez la teoría para la discusión de errores de observación. La reimpresión (1757) de esta memoria expone los axiomas de que los errores positivos y negativos son igualmente probables, y que hay ciertos límites asignables dentro de los cuales se supone que caen todos los errores; se discuten los errores continuos y se da una curva de la probabilidad.

Pierre-Simon Laplace (1774) hizo el primer intento para deducir una regla para la combinación de observaciones a partir de los principios de la teoría de las probabilidades. Representó la ley de la probabilidad de error con una curva $y = \phi(x)$, siendo x cualquier error e y y su probabilidad, y expuso tres propiedades de esta curva:

1. es simétrica al eje y ;
2. el eje x es una asíntota, siendo la probabilidad del error ∞ igual a 0;
3. la superficie cerrada es 1, haciendo cierta la existencia de un error.

Dedujo una fórmula para la media de tres observaciones. También obtuvo (1781) una fórmula para la ley de facilidad de error (un término debido a Lagrange, 1774), pero una que llevaba a ecuaciones inmanejables. Daniel Bernoulli (1778) introdujo el principio del máximo producto de las probabilidades de un sistema de errores concurrentes.

El método de mínimos cuadrados se debe a Adrien-Marie Legendre (1805), que lo introdujo en su *Nouvelles méthodes pour la détermination des orbites des comètes* (*Nuevos métodos para la determinación de las órbitas de los cometas*). Ignorando la contribución de Legendre, un escritor irlandés estadounidense, Robert Adrain, editor de “The Analyst” (1808), dedujo por primera vez la ley de facilidad de error,

$$\phi(x) = ce^{-h^2x^2}$$

siendo c y h constantes que dependen de la precisión de la observación. Expuso dos demostraciones, siendo la segunda esencialmente la misma de John Herschel (1850).

Gauss expuso la primera demostración que parece que se conoció en Europa (la tercera después de la de Adrain) en 1809. Demostraciones adicionales se expusieron por Laplace (1810, 1812), Gauss (1823), James Ivory (1825, 1826), Hagen (1837), Friedrich Bessel (1838), W. F. Donkin (1844, 1856) y Morgan Crofton (1870). Otros personajes que contribuyeron fueron Ellis (1844), De Morgan (1864), Glaisher (1872) y Giovanni Schiaparelli (1875). La fórmula de Peters (1856) para r , el error probable de una única observación, es bien conocida.

En el siglo XIX, los autores de la teoría general incluían a Laplace, Sylvestre Lacroix (1816), Littrow (1833), Adolphe Quetelet (1853), Richard Dedekind (1860), Helmert (1872), Hermann Laurent (1873), Liagre, Didion, y Karl Pearson. Augustus De Morgan y George Boole mejoraron la exposición de la teoría.

En 1930 Andréi Kolmogorov desarrolló la base axiomática de la probabilidad utilizando teoría de la medida.

En la parte geométrica (véase geometría integral) los colaboradores de *The Educational Times* fueron influyentes (Miller, Crofton, McColl, Wolstenholme, Watson y Artemas Martin).

2 Teoría

La probabilidad constituye un importante parámetro en la determinación de las diversas casualidades obtenidas tras una serie de eventos esperados dentro de un rango estadístico.

Existen diversas formas como método abstracto, como la teoría Dempster-Shafer y la teoría de la relatividad numérica, esta última con un alto grado de aceptación si se toma en cuenta que disminuye considerablemente las posibilidades hasta un nivel mínimo ya que somete a todas las antiguas reglas a una simple ley de relatividad.[cita requerida]

La probabilidad de un evento se denota con la letra *p* y se expresa en términos de una fracción y no en porcentajes[cita requerida], por lo que el valor de *p* cae entre 0 y 1. Por otra parte, la probabilidad de que un evento “no ocurra” equivale a 1 menos el valor de *p* y se denota con la letra *q*

$$P(Q) = 1 - P(E)$$

Los tres métodos para calcular las probabilidades son la regla de la adición, la regla de la multiplicación y la distribución binomial.

2.1 Regla de la adición

La regla de la adición o regla de la suma establece que la probabilidad de ocurrencia de cualquier evento en particular es igual a la suma de las probabilidades individuales, si es que los eventos son mutuamente excluyentes, es decir, que dos no pueden ocurrir al mismo tiempo.

P(A o B) = P(A) U P(B) = P(A) + P(B) si A y B son mutuamente excluyente. P(A o B) = P(A) + P(B) − P(A y B) si A y B son no excluyentes.

Siendo: P(A) = probabilidad de ocurrencia del evento A. P(B) = probabilidad de ocurrencia del evento B. P(A y B) = probabilidad de ocurrencia simultánea de los eventos A y B.

2.2 Regla de la multiplicación

La regla de la multiplicación establece que la probabilidad de ocurrencia de dos o más eventos estadísticamente independientes es igual al producto de sus probabilidades individuales.

P(A y B) = P(A B) = P(A)P(B) si A y B son independientes.

P(A y B) = P(A B) = P(A)P(B|A) si A y B son dependientes.

Un lote contiene “100” ítems de los cuales “20” son defectuosos. Los ítems son seleccionados uno después del otro para ver si ellos son defectuosos. Suponga que dos ítems son seleccionados sin reemplazamiento (significa que el objeto que se selecciona al azar se deja por fuera del lote). ¿Cúal es la probabilidad de que los dos ítems seleccionados sean defectuosos?

Solución:

Sea los eventos

A1 = {primer ítem defectuoso}, A2 {segundo ítem defectuoso}

entonces dos ítems seleccionados serán defectuosos, cuando ocurre el evento A1∩ A2 que es la intersección entre los eventos A1 y A2. De la información dada se tiene que:

P(A1) = 20/100 ; P(A2/A1) = 19/99

así probabilidad de que los dos ítems seleccionados sean defectuosos es

P(A1 ∩ A2) = P(A1) P(A2/A1) (20/100)(19/99) 19/495 = 0.038

Ahora suponga que selecciona un tercer ítem, entonces la probabilidad de que los tres ítems seleccionados sean defectuosos es

P(A1 ∩ A2 ∩ A3) = P(A1) P(A2/A1) P(A3/A1∩A2) (20/100)(19/99)(18/98) 19/2695 = 0.007

2.3 Regla de Laplace

La **regla de Laplace** establece que:

- La probabilidad de ocurrencia de un suceso *imposi-*

ble es 0.

- La probabilidad de ocurrencia de un suceso *seguro* es 1, es decir, P(A) = 1.

Para aplicar la regla de Laplace es necesario que los experimentos den lugar a sucesos equiprobables, es decir, que todos tengan o posean la misma probabilidad.

- La probabilidad de que ocurra un suceso se calcula así:

P(A) = Nº de casos favorables / Nº de resultados posibles

Esto significa que: la probabilidad del evento A es igual al cociente del número de casos favorables (los casos dónde sucede A) sobre el total de casos posibles.

2.4 Distribución binomial

La probabilidad de ocurrencia de una combinación específica de eventos independientes y mutuamente excluyentes se determina con la distribución binomial, que es aquella donde hay solo dos posibilidades, tales como masculino/femenino o si/no.

1. Hay dos resultados posibles mutuamente excluyentes en cada ensayo u observación.
2. La serie de ensayos u observaciones constituyen eventos independientes.
3. La probabilidad de éxito permanece constante de ensayo a ensayo, es decir el proceso es estacionario.

Para aplicar esta distribución al cálculo de la probabilidad de obtener un número dado de éxitos en una serie de experimentos en un proceso de Bermnoulli, se requieren tres valores: el número designado de éxitos (m), el número de ensayos y observaciones (n); y la probabilidad de éxito en cada ensayo (p).
Entonces la probabilidad de que ocurran m éxitos en un experimento de n ensayos es:
$P(x = m) = (nCm)(P^m)(1-P)^{n-m}$
Siendo: nCm el número total de combinaciones posibles de m elementos en un conjunto de n elementos.
En otras palabras $P(x = m) = [n!/(m!(n-m)!)](p^m)(1-p)^{n-m}$

Ejemplo. La probabilidad de que un alumno apruebe la asignatura Cálculo de Probabilidades es de 0,15. Si en un semestre intensivo se inscriben 15 alumnos ¿Cuál es la probabilidad de que aprueben 10 de ellos?
$P(x = 10) = 15C10(0,15)^{10}(0,85)^5 = 15!/(10!(15-10)!)(0,15)^{10}(0,85)^5 = 7,68 * 10^{-6}$
Generalmente existe un interés en la probabilidad acumulada de “m o más " éxitos o “m o menos” éxitos en n ensayos. En tal caso debemos tomar en cuenta que:
$P(x < m) = P(x = 0) + P(x = 1) + P(x = 2) + P(x = 3) +....+ P(x = m - 1)$
$P(x > m) = P(x = m+ 1) + P(x = m+ 2) + P(x = m+3) +....+ P(x = n)$
$P(x \leq m) = P(x = 0) + P(x = 1) + P(x = 2) + P(x = 3) +....+ P(x = m)$
$P(x \geq m) = P(x = m) + P(x = m+1) + P(x = m+2) +....+ P(x = n)$
Supongamos que del ejemplo anterior se desea saber la probabilidad de que aprueben:
a.– al menos 5
b.– más de 12
a.– la probabilidad de que aprueben al menos 5 es:
$P(x \geq 5)$ es decir, que:
$1 - P(x < 5) = 1 - [P(x = 0)+P(x = 1)+P(x = 2)+P(x = 3)+P(x = 4)] =$
$1 - [0,0874 + 0,2312 + 0,2856 + 0,2184 + 0,1156] = 0,0618$
Nota: Al menos, a lo menos y por lo menos son locuciones adverbiales sinónimas.

Ejemplo: La entrada al cine por lo menos tendrá un costo de 10 soles (como mínimo podría costar 10 soles o más).
b.– la probabilidad de que aprueben más de 12 es $P(x > 12)$ es decir, que:
$P(x > 12) = P(x = 13)+P(x = 14)+P(x = 15)$
$P(x > 12) = 1,47 *10^{-9} +3,722 *10^{-11} +4,38 *10^{-13} = 1,507 *10^{-9}$
La esperanza matemática en una distribución binomial puede expresarse como:
$E(x) = np = 15(0,15)=2,25$
Y la varianza del número esperado de éxitos se puede calcular directamente:
$Var(x) = np(1-p)= 15(0,15)(1-0,15)=1,9125$ Estadísticas y probabilidades, con sus diferentes diagramaciones como: diagrama de barras. diagrama de línea. y diagrama de círculos que se aplican de acuerdo al tipo de estadísticas y probabilidades matemáticas.

3 Aplicaciones

Dos aplicaciones principales de la teoría de la probabilidad en el día a día son en el análisis de riesgo y en el comercio de los mercados de materias primas. Los gobiernos normalmente aplican métodos probabilísticos en regulación ambiental donde se les llama "análisis de vías de dispersión", y a menudo miden el bienestar usando métodos que son estocásticos por naturaleza, y escogen qué proyectos emprender basándose en análisis estadísticos de su probable efecto en la población como un conjunto. No es correcto decir que la estadística está incluida en el propio modelado, ya que típicamente los análisis de riesgo son para una única vez y por lo tanto requieren más modelos de probabilidad fundamentales, por ej. “la probabilidad de otro 11-S”. Una ley de números pequeños tiende a aplicarse a todas aquellas elecciones y percepciones del efecto de estas elecciones, lo que hace de las medidas probabilísticas un tema político. Un buen ejemplo es el efecto de la probabilidad percibida de cualquier conflicto generalizado sobre los precios del petróleo en Oriente Medio - que producen un efecto dominó en la economía en conjunto. Un cálculo por un mercado de materias primas en que la guerra es más probable en contra de menos probable probablemente envía los precios hacia arriba o hacia abajo e indica a otros comerciantes esa opinión. Por consiguiente, las probabilidades no se calculan independientemente y tampoco son necesariamente muy racionales. La teoría de las finanzas conductuales surgió para describir el efecto de este pensamiento de grupo en el precio, en la política, y en la paz y en los conflictos.

Se puede decir razonablemente que el descubrimiento de métodos rigurosos para calcular y combinar los cálculos de probabilidad ha tenido un profundo efecto en la sociedad moderna. Por consiguiente, puede ser de alguna importancia para la mayoría de los ciudadanos entender cómo se calculan los pronósticos y las probabilidades, y cómo contribuyen a la reputación y a las decisiones, especialmente en una democracia.

Otra aplicación significativa de la teoría de la probabilidad en el día a día es en la fiabilidad. Muchos bienes de consumo, como los automóviles y la electrónica de consumo, utilizan la teoría de la fiabilidad en el diseño del producto para reducir la probabilidad de avería. La probabilidad de avería también está estrechamente relacionada con la garantía del producto.

Se puede decir que no existe una cosa llamada probabilidad. También se puede decir que la probabilidad es la medida de nuestro grado de incertidumbre, o esto es, el grado de nuestra ignorancia dada una situación. Por consiguiente, puede haber una probabilidad de 1 entre 52 de que la primera carta en un baraja sea la J de diamantes. Sin embargo, si uno mira la primera carta y la reemplaza, entonces la probabilidad es o bien 100% ó 0%, y la elección correcta puede ser hecha con precisión por el que ve la carta. La física moderna proporciona ejemplos importantes de situaciones deterministas donde sólo la descripción probabilística es factible debido a información incompleta y la complejidad de un sistema así como ejemplos de fenómenos realmente aleatorios.

En un universo determinista, basado en los conceptos newtonianos, no hay probabilidad si se conocen todas las condiciones. En el caso de una ruleta, si la fuerza de la mano y el periodo de esta fuerza es conocido, entonces el número donde la bola parará será seguro. Naturalmente, esto también supone el conocimiento de la inercia y la fricción de la ruleta, el peso, lisura y redondez de la bola, las variaciones en la velocidad de la mano durante el movimiento y así sucesivamente. Una descripción probabilística puede entonces ser más práctica que la mecánica newtoniana para analizar el modelo de las salidas de lanzamientos repetidos de la ruleta. Los físicos se encuentran con la misma situación en la teoría cinética de los gases, donde el sistema determinístico *en principio*, es tan complejo (con el número de moléculas típicamente del orden de magnitud de la constante de Avogadro $6 \cdot 10^{23}$) que sólo la descripción estadística de sus propiedades es viable.

La mecánica cuántica, debido al principio de indeterminación de Heisenberg, sólo puede ser descrita actualmente a través de distribuciones de probabilidad, lo que le da una gran importancia a las descripciones probabilísticas. Algunos científicos hablan de la expulsión del paraíso.[*cita requerida*] Otros no se conforman con la pérdida del determinismo. Albert Einstein comentó estupendamente en una carta a Max Born: *Jedenfalls bin ich überzeugt, daß der Alte nicht würfelt.* (*Estoy convencido de que Dios no tira el dado*). No obstante hoy en día no existe un medio mejor para describir la física cuántica si no es a través de la teoría de la probabilidad. Mucha gente hoy en día confunde el hecho de que la mecánica cuántica se describe a través de distribuciones de probabilidad con la suposición de que es por ello un proceso aleatorio, cuando la mecánica cuántica es probabilística no por el hecho de que siga procesos aleatorios sino por el hecho de no poder determinar con precisión sus parámetros fundamentales, lo que imposibilita la creación de un sistema de ecuaciones determinista.

3.1 Repaso Probabilidad

Se muestran algunos problemas en los cuales encontraras, paso a paso el procedimiento para realizar dichos problemas de probabilidad I.

Problemas Probabilidad

3.2 Investigación biomédica

La mayoría de las investigaciones biomédicas utilizan muestras de probabilidad, es decir, aquellas que el investigador pueda especificar la probabilidad de cualquier elemento en la población que investiga. Las muestras de probabilidad permiten usar estadísticas inferenciales, aquellas que permiten hacer inferencias a partir de datos. Por otra parte, las muestras no probabilísticas solo permiten usarse estadísticas descriptivas, aquellas que solo permiten describir, organizar y resumir datos. Se utilizan cuatro tipos de muestras probabilísticas: muestras aleatorias simples, muestras aleatorias estratificadas, muestra por conglomerados y muestras sistemáticas.

3.3 Función de Probabilidad Conjunta

Funcion de Probabilidad Conjunta

4 Véase también

- Teoría de la decisión
- Teoría de juegos
- Teoría de la información
- Teoría de la medida
- Variable aleatoria
- Estadística
- Proceso estocástico
- Equiprobabilidad
- Frecuencia estadística

5 Referencias

[1] «azar», *Diccionario de la lengua española* (22.ª edición), Real Academia Española, 2001, http://lema.rae.es/drae/srv/search?key=azar.

[2] «Historia de la Probabilidad». estadisticaparatodos.es. Consultado el 2011-01-12.

[3] Jeffrey, R.C., *Probability and the Art of Judgment,* Cambridge University Press. (1992). pp. 54-55. ISBN 0-521-39459-7

- Problemas selectos de probabilidad (resueltos)
- Edwin Thompson Jaynes. *Probability Theory: The Logic of Science*. Preprint: Washington University, (1996). (PDF) (en inglés)
- Un problema de probabilidades:

6 Text and image sources, contributors, and licenses

6.1 Text

- **Probabilidad** *Fuente:* http://es.wikipedia.org/wiki/Probabilidad?oldid=81355244 *Colaboradores:* Pino, JorgeGG, Vivero, Rosarino, Cookie, Soulreaper, Petronas, Caiser, Magister Mathematicae, RedTony, BOT-Superzerocool, Vitamine, GermanX, The Photographer, Götz, Paintman, BOTpolicia, CEM-bot, Laura Fiorucci, Alexav8, Retama, Roberpl, Karshan, Thijs!bot, Alvaro qc, IrwinSantos, Isha, JAnDbot, VanKleinen, Kved, Gsrdzl, Rjgalindo, Gustronico, Humberto, Netito777, Amanuense, MotherForker, Pólux, Snakeeater, VolkovBot, Technopat, Matdrodes, BlackBeast, Lucien leGrey, Luis1970, Edmenb, Ast Derek, SieBot, Drinibot, Mel 23, OboeCrack, Ugly, Greek, Mafores, Javierito92, HUB, Nicop, DragonBot, Farisori, Quijav, Estirabot, Eduardosalg, Botellín, Leonpolanco, Botito777, Petruss, Poco a poco, Valentin estevanez navarro, Raulshc, Açipni-Lovrij, Newton-200, Crashjd, Camilo, UA31, Thingg, AVBOT, David0811, Dermot, Flakinho, J.delanoy, Angel GN, MarcoAurelio, Diegusjaimes, Arjuno3, Andreasmperu, Luckas-bot, AqueronteBlog, Charly montoya, Vic Fede, Dangelin5, Billinghurst, Laura Bauer, Einundswanzig, SuperBraulio13, Manuelt15, Xqbot, Jkbw, Dreitmen, FrescoBot, Igna, Torrente, Muro Bot 2, Botarel, BenzolBot, AstaBOTh15, Panderine!, Mariana de El Mondongo, BOTirithel, RedBot, PatruBOT, KamikazeBot, Angelito7, Alph Bot, Tarawa1943, Jorge c2010, GrouchoBot, Edslov, EmausBot, Savh, AVIADOR, HRoestBot, Sergio Andres Segovia, Africanus, Spyglass007, Rubpe19, MercurioMT, ChuispastonBot, Waka Waka, WikitanvirBot, Mperort348, Capohacker13, Antonorsi, MerlIwBot, Semontanés, Hemerson p, Sebrev, Travelour, MetroBot, Splash04, Aldo93, Allan Aguilar, Makaka33, Asddas~eswiki, Acratta, Harpagornis, LlamaAl, Hlino, Creosota, Helmy oved, Profeshermyguad, Napier, EduLeo, Syum90, Denayamar, Juniormpalaciosh, El Sinchi, Addbot, Mettallzoar, Balles2601, Adrián Cerón, JacobRodrigues, Quieowie, Jarould, Matiia, Alfa omg, JuanCalamidad, Erikaaaaaa, Arnold Schwarzenneger y Anónimos: 434

6.2 Images

6.3 Content license