

## Observaciones

- 1.- Es importante notar que en la definición anterior de límite es irrelevante que  $f$  esté o no definida en  $x_0$ .  
Más aún, en el caso en el que  $f$  esté definida en  $x_0$  al estudiar el comportamiento de la función  $f$  en relación a su posible límite en  $x_0$ , debemos evitar el punto  $x = x_0$  cuando consideremos los valores de  $f(x)$ .
- 2.- Con el valor absoluto  $|f(x) - L|$  medimos la proximidad entre  $f(x)$  y  $L$ . Con  $\epsilon > 0$ , establecemos la máxima tolerancia que permitiremos que los valores  $f(x)$  estén alejados de  $L$ .
- 3.- Para que  $L$  sea límite, siempre debe ser posible hallar tal vecindad de  $x_0$ , sin importar qué tan pequeño sea el valor de  $\epsilon$ . También decimos que  $f(x)$  y  $L$  deben estar más próximos que el valor de  $\epsilon$ , sin importar el valor de  $\epsilon$  siempre que los puntos  $x$  se tomen en una vecindad adecuada del punto  $x_0$  con excepción de  $x_0$  mismo.

4.- Siempre que se hable del límite de una función  $f$  en  $x_0$ , supondremos que todo intervalo abierto que contiene a  $x_0$  contiene también un punto  $x$ , distinto de  $x_0$ , en el dominio de  $f$ . Si, tal es el caso, entonces el punto  $x_0$  se dice que es un punto de acumulación del dominio de  $f$ . Si  $x_0$  no es un punto de acumulación del dominio de  $f$ , entonces el límite de  $f$  en  $x_0$  no es único.

En realidad todo número  $L$ , es, entonces, el límite de  $f$  en  $x_0$ . Pues si  $x_0$  no es un punto de acumulación del dominio de  $f$  y  $\delta$  es suficientemente pequeña no hay ningún número  $x$  en el dominio de  $f$  que satisfaga  $0 < |x - x_0| < \delta$  y todo número  $L$  satisface los requerimientos para ser el límite de  $f$  en  $x_0$ .

5.- Una vez que se ha encontrado un número  $\delta$  correspondiente a un  $\epsilon$  dado, cualquier número  $\delta_1$  con  $0 < \delta_1 < \delta$  puede usarse en la definición del Límite. Pues supongamos,  $0 < |x - x_0| < \delta$  implica que  $|f(x) - L| < \epsilon$ . Si  $\delta_1 < \delta$  entonces por la propiedad transitividad  $0 < |x - x_0| < \delta_1$ , entonces  $0 < |x - x_0| < \delta$  y por lo tanto implica  $|f(x) - L| < \epsilon$ .