

## Tarea 3

1. Expresa a los siguientes números complejos en la forma  $x + yi$  con  $x, y \in \mathbb{R}$ .

(a)  $(2 + 3i) + (4 + i)$

(b)  $(2 + 3i)(4 + i)$

(c)  $\frac{2+3i}{4+i}$

(d)  $\frac{1}{3+4i} + \frac{3+2i}{4i}$

(e)  $(-i)^{-1}$

(f)  $\frac{i}{-i} + \frac{\sqrt{-i}}{2i}$

2. Sea  $z = x + yi$ . Encuentre  $\operatorname{Re}(z)$  e  $\operatorname{Im}(z)$  en cada uno de los siguientes incisos.

(a)  $\frac{1}{z^2}$

(b)  $\frac{2}{3z+2}$

(c)  $\frac{z+2}{5-z}$

(d)  $z^5$

(e)  $z(1-z)$

3. Resuelva las siguientes ecuaciones en donde  $z$  es un número complejo.

(a)  $z^5 - 2 = 0$

(b)  $z^4 + i = 0$

(c)  $z^6 + 8 = 0$

4. Encuentre el conjugado de los siguientes números complejos.

(a)  $\frac{(3+8i)^2}{(1+i)^{10}}$

(b)  $\frac{(-3-8i)^3}{(-1-i)^{10}}$

(c)  $(4 + 3i)(4 + 7i)$

5. Encuentre el módulo de los siguientes números complejos.

(a)  $\frac{(3+8i)^2}{(1+i)^{10}}$

(b)  $\frac{(-3-8i)^3}{(-1-i)^{10}}$

(c)  $(4 + 3i)(4 + 7i)$

(d)  $\frac{i(2+3i)(5-2i)}{(-2-i)}$

6. Encuentre las partes real e imaginarias de los siguientes números complejos.

(a)  $2e^{2+i}$

(b)  $\operatorname{sen}(1 + i)$

(c)  $e^{3-i}$

(d)  $\cos(2 + 3i)$

7. Pruebe que si  $z, w \in \mathbb{C}$  entonces  $|z - w|^2 + |z + w|^2 = 2(|z|^2 + |w|^2)$ .
8. Exprese en forma polar a los siguientes complejos.
- (a)  $4 + 3i$
  - (b)  $1 + i$
  - (c)  $\sqrt[5]{10 + 10i}$
  - (d)  $-4\sqrt{3} - 4i$
9. Exprese a  $\cos 6x$  como función de  $\cos x$ .
10. Describa geoméricamente los siguientes conjuntos en el plano complejo.
- (a)  $|z - 2| = 1$
  - (b)  $|z + 3| > 2$
  - (c)  $\operatorname{Re}(z) < 3$
  - (d)  $\operatorname{Re}(z^2) = 4$
  - (e)  $z^2 = \bar{z}^2$