

## Tarea 4

Entrega: 30 de noviembre de 2018.

1. ¿Es posible que un sistema de cinco ecuaciones con seis incógnitas tenga una única solución? Justifique su respuesta. Si su respuesta es sí dé un ejemplo, si su respuesta es no explique la razón.
2. Encuentre la(s) solución(es) del siguiente sistema (si es que existen).

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 0$$

$$2x_1 - x_2 + 3x_3 = 1$$

$$3x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 2.$$

3. Encuentre la(s) solución(es) del siguiente sistema (si es que existen).

$$-x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 1$$

$$2x_1 - 6x_2 + 3x_3 - x_5 = -2$$

$$-x_1 + 3x_2 + 3x_4 + x_5 = 3$$

$$x_1 + 3x_2 + x_3 + 5x_4 + x_5 = 6.$$

4. Encuentre la(s) solución(es) de los siguientes sistemas (si existen) escribiendo la matriz asociada a cada sistema y utilizando el método de operaciones elementales para llevarlas a forma escalón reducida.

(a)

$$x + y + z = 4$$

$$2y + z = 0$$

$$-x + y - z = 8$$

(b)

$$x + y + z = 4$$

$$2y + z = 0$$

$$-x + y = -8$$

(c)

$$x + y + z = 4$$

$$2y + z = 0$$

$$-x + y = -4$$

5. Expresar al siguiente sistema de ecuaciones en la forma  $Ax = K$  en donde  $A$ ,  $x$  y  $K$  son matrices. Resuelva el sistema utilizando operaciones elementales para reducir la matriz a forma escalón reducida y muestre que la solución es de la forma  $x = p + \alpha u + \beta v$  en donde  $Ap = K$  y  $u, v$  son soluciones de  $Ax = 0$ .

$$x_1 - x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 4$$

$$-x_1 + x_2 + x_4 - x_5 = -3$$

$$x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 7.$$

6. Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales en donde  $x, y, z$  son variables y  $\lambda, \mu$  son constantes.

$$\begin{aligned}2x + 4y - 2z &= 4 \\3x - 3y + 3z &= 15 \\6x + 6y + 2\lambda z &= 2\mu + 16\end{aligned}$$

¿Para qué valores de  $\lambda$  y  $\mu$  tiene el sistema

- (a) ninguna solución
- (b) una única solución
- (c) una infinidad de soluciones?

En los incisos (b) y (c) encuentre las soluciones.

7. Resuelva el siguiente sistema utilizando la Regla de Cramer

$$\begin{aligned}5x_1 + x_2 - x_3 &= 4 \\9x_1 + x_2 - x_3 &= 1 \\2x_1 - 2x_2 + 10x_3 &= 4.\end{aligned}$$

8. Encuentre la solución del sistema  $Cx = b$  en donde  $b = (5 \ 4 \ 2)^T$  y  $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$  utilizando la Regla de Cramer.

9. ¿Son concurrentes las siguientes rectas en el plano  $x + 2y = 1$ ,  $2x - y = 1$  y  $4x + 3y = 3$ ?

10. Definición. Un sistema de ecuaciones lineales es llamado consistente si tiene por lo menos una solución.

Sea  $A$  la matriz aumentada de un sistema de ecuaciones lineales en donde  $a$  denota un número real arbitrario y  $b$  denota un número distinto de cero. Determine si el sistema es consistente, si sí ¿es única la solución?

$$A = \begin{pmatrix} b & a & a & a & a & a \\ 0 & b & a & a & 0 & a \\ 0 & 0 & b & a & a & b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b & a \end{pmatrix}$$